EXERCICE N° 4 | 15' | 4 point

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé , on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives 1, $-3i$ et i. A tout point M d'affixe z ($z \neq -3i$), associe le point M' d'affixe z' tel que $:z' = \dfrac{z-1}{3-iz}$

1. (a) Vérifier que, pour tout $z \neq -3i, z' = \dfrac{i(z-1)}{z+3i}$

   (b) Déterminer l'ensemble des points M tel que $|z'| = 1$

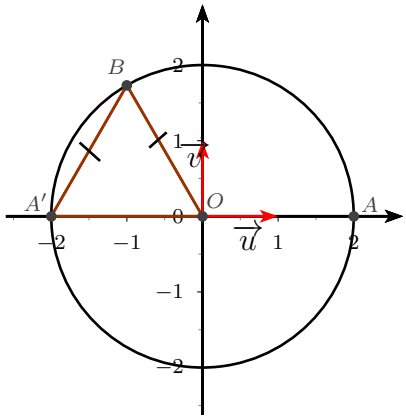
2. Déterminer l'ensemble des points M tel que z' soit réel.

3. (a) Vérifier que, pour tout $z \neq -3i$, $|z'-i||z+3i| = \sqrt{10}$

   (b) En déduire que si M appartient au cercle de centre B et de rayon 1 alors M' appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE N° 5 | 20' | 5 point

Dans la figure ci-contre $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$est un repère orthonormé direct du plan.
Γ est le cercle de centre O et de rayon 2 et B est un point d'affixe z_B.



1. Déterminer par une lecture graphique le module et un argument de z_B . En déduire que$z_B = -1 + i\sqrt{3}$.

2. (a) Placer sur la figure le point C d'affixe $z_C = 1 + i\sqrt{3}$

   (b) Montrer que le quadrilatère $OACB$ est un losange.

3. On se propose de déterminer l'ensemble E, des points M d'affixe z tels que z^3 soit un réel positif ou nul

   (a) Vérifier que les points O, A et B appartiennent à E.

   (b) Prouver que tout point M de la demi-droite $[OB)$ appartient à E

   (c) Soit z un nombre complexe non nul de module r et d'argument . Montrer que z^3 est un réel positif si et seulement si $\theta = \dfrac{2k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$

   (d) En déduire que E est la réunion de trois demi-droites que l'on déterminera. Représenter E sur la figure.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn